



## **Estadística para ingenieros**

Autor: Nel Quezada Lucio

© Derechos de autor registrados:

Empresa Editora Macro EIRL

© Derechos de edición, arte gráfico y diagramación reservados:

Empresa Editora Macro EIRL

Jefe de edición:

Magaly Ramon Quiroz

Diseño de portada:

Fernando Cavassa Repetto

Diseño y diagramación:

Eduardo Siesquén Aquije

Edición a cargo de:

© Empresa Editora Macro EIRL

Av. Paseo de la República N.º 5613, Miraflores, Lima, Perú

📞 Teléfono: (511) 748 0560

✉ E-mail: [proyectoeditorial@editorialmacro.com](mailto:proyectoeditorial@editorialmacro.com)

🌐 Página web: [www.editorialmacro.com](http://www.editorialmacro.com)

Primera edición: Enero 2019

Tiraje: 2000 ejemplares

Impresión:

Talleres gráficos de la Empresa Editora Macro EIRL

Jr. San Agustín N.º 612-624, Surquillo, Lima, Perú

Enero 2019

ISBN N.º 978-612-304-563-0

Hecho el Depósito Legal en la Biblioteca Nacional del Perú N.º 2018-14746

Prohibida la reproducción parcial o total, por cualquier medio o método, de este libro sin previa autorización de la Empresa Editora Macro EIRL.

# ÍNDICE

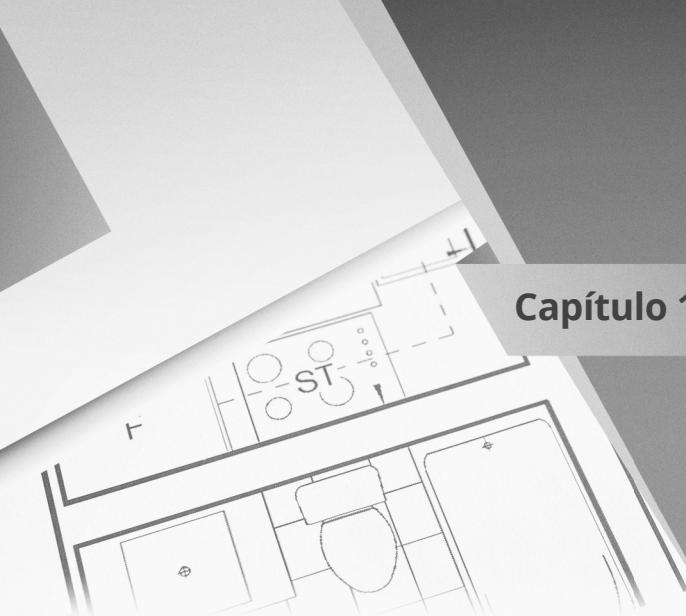
<b>Introducción.....</b>	<b>13</b>
<b>Capítulo 1: Estadística .....</b>	<b>15</b>
<b>1.1 Etapas de una investigación .....</b>	<b>15</b>
1.1.1 Diseño (planeamiento y desarrollo de la investigación).....	15
1.1.2 Descriptiva (resumen y exploración de los datos) .....	16
1.1.3 Inferencia (predicciones y toma de decisiones sobre las características de una población respecto a la información recogida en una muestra). ....	16
<b>1.2 Definiciones básicas.....</b>	<b>16</b>
1.2.1 Población (N).....	16
1.2.2 Muestra (n) .....	17
1.2.3 Unidad de estudio (individuo, observación, caso, sujeto) .....	17
1.2.4 Parámetro ( $\theta$ ) .....	17
1.2.5 Estadístico ( $\hat{\theta}$ ) .....	18
1.2.6 Variable .....	18
1.2.7 Métodos de análisis .....	19
<b>1.3 Diseño muestral .....</b>	<b>19</b>
1.3.1 Determinar la población, muestra, unidad de estudio y variable .....	19
1.3.2 Tamaño de la muestra (muestreo aleatorio simple) .....	21
1.3.3 Tipos de muestreo .....	25
1.3.4 Elegir la muestra .....	28
1.3.5 Estudio piloto .....	34
<b>Capítulo 2: Estadística descriptiva .....</b>	<b>35</b>
<b>2.1 Distribución de frecuencias .....</b>	<b>35</b>
2.1.1 Distribución de frecuencia simple .....	35
2.1.2 Distribución de frecuencia agrupada .....	38
<b>2.2 Medidas de posición .....</b>	<b>43</b>
2.2.1 Medidas de posición central.....	44
2.2.2 Medidas de posición no central.....	52

<b>2.3 Medidas de dispersión .....</b>	<b>54</b>
2.3.1 Rango .....	54
2.3.2 Varianza.....	55
2.3.3 Desviación típica (S) .....	56
2.3.4 Coeficiente de variación de Pearson.....	57
<b>2.4 Medidas de forma.....</b>	<b>57</b>
2.4.1 Concentración .....	58
2.4.2 Asimetría.....	59
2.4.3 Curtosis.....	61
<b>Capítulo 3: Gráficos descriptivos .....</b>	<b>77</b>
<b>3.1 Gráfico de barras.....</b>	<b>77</b>
<b>3.2 Gráficos circulares (Pie Charts) .....</b>	<b>78</b>
<b>3.3 Histograma .....</b>	<b>79</b>
<b>3.4 Gráfico de tallo y hoja (Tukey) .....</b>	<b>81</b>
3.4.1. Gráfico de tallo-hojas espalda con espalda (comparación de grupos).....	84
<b>3.5 Box-plot o caja de Tukey.....</b>	<b>84</b>
3.5.1 Box-plots paralelos .....	86
<b>3.6 P-P plots.....</b>	<b>88</b>
<b>3.7 Q-Q plots .....</b>	<b>90</b>
<b>Capítulo 4: Distribuciones bidimensionales.....</b>	<b>97</b>
<b>4.1 Tabla de distribuciones bidimensionales.....</b>	<b>97</b>
4.1.1 Frecuencia absoluta de par ( $x_i, y_j$ ) .....	97
4.1.2 Frecuencia relativa de par ( $x_i, y_j$ ).....	98
<b>4.2 Distribuciones marginales .....</b>	<b>102</b>
4.2.1 Distribución marginal de X .....	102
4.2.2 Distribución marginal de Y .....	103
<b>4.3 Medias y varianzas marginales .....</b>	<b>106</b>
<b>4.4 Distribución condicional .....</b>	<b>107</b>
4.4.1 Distribución condicional fila .....	107
4.4.2 Distribución condicional columna .....	107

<b>4.5 Características de una tabla estadística .....</b>	<b>109</b>
4.5.1 Tablas cruzadas .....	109
4.5.2 Dimensiones de una tabla .....	110
<b>4.6 Independencia de variables .....</b>	<b>114</b>
4.6.1 Método de las frecuencias .....	115
4.6.2 Método de la prueba chi-cuadrado ( $\chi^2$ ).....	116
 <b>Capítulo 5: Correlación y regresión lineal .....</b>	 <b>119</b>
<b>5.1 Correlación lineal de Pearson.....</b>	<b>119</b>
5.1.1 Correlaciones bivariadas .....	119
<b>5.2 Regresión lineal.....</b>	<b>126</b>
5.2.1 Regresión lineal simple.....	127
5.2.2 Análisis de regresión lineal múltiple .....	140
 <b>Capítulo 6: Número índice.....</b>	 <b>149</b>
<b>6.1. Número índice simple.....</b>	<b>151</b>
6.1.1 Índice en serie.....	151
6.1.2 Índices en cadena .....	152
6.1.3 Números índices utilizados en economía.....	153
6.1.4 Números índices construidos.....	156
<b>6.2 Índices complejos (compuestos) .....</b>	<b>158</b>
6.2.1 Índices compuestos no ponderados.....	159
6.2.2 Índices compuestos ponderados .....	162
 <b>Capítulo 7: Análisis combinatorio .....</b>	 <b>169</b>
<b>7.1 Diagrama del árbol .....</b>	<b>169</b>
<b>7.2 Factorial de un número natural.....</b>	<b>171</b>
<b>7.3 Principios fundamentales del análisis combinatorio .....</b>	<b>172</b>
7.3.1 Principales principios básicos del proceso de contar .....	172
7.3.2 Arreglos (variaciones).....	175
7.3.3 Permutaciones.....	176
7.3.4 Combinaciones .....	179

7.4 Números combinatorios .....	181
7.5 Triángulo de Pascal o Tartaglia.....	182
<b>Capítulo 8: Probabilidades .....</b>	<b>185</b>
<b>8.1 Conceptos básicos. ....</b>	<b>186</b>
8.1.1 Experimento .....	186
8.1.2 Espacio muestral ( $\Omega$ ).....	187
8.1.3 Sucesos o eventos .....	187
<b>8.2 Cálculo de probabilidades.....</b>	<b>191</b>
8.2.1 Regla de Laplace (probabilidad <i>a priori</i> ). ....	192
8.2.2 Modelo frecuentista o probabilidad <i>a posteriori</i> .....	192
8.2.3 Axiomas de probabilidad .....	193
8.2.4 Propiedades de probabilidad.....	193
8.2.5 Asignación de probabilidades .....	194
8.2.6 Probabilidad condicional.....	198
8.2.7 Partición del espacio muestral ( $\Omega$ ).....	202
8.2.8 Independencia de sucesos .....	204
<b>Capítulo 9: Variables aleatorias .....</b>	<b>211</b>
<b>9.1 Variable aleatoria discreta .....</b>	<b>213</b>
9.1.1 Función de probabilidad puntual o de masa de la variable aleatoria discreta $x$ ...	214
9.1.2 Función de distribución acumulada de una variable aleatoria discreta $x$ .....	216
9.1.3 Esperanza o valor esperado de una variable aleatoria discreta .....	218
9.1.4 Varianza de una variable aleatoria discreta .....	221
<b>9.2 Variable aleatoria continua .....</b>	<b>223</b>
9.2.1 Función de densidad de la variable aleatoria continua $X$ ( $f(x)$ ).....	223
9.2.2 Función de distribución acumulada continua.....	224
9.2.3 Esperanza o valor esperado de una variable aleatoria continua .....	225
9.2.4 Varianza de una variable aleatoria continua .....	226
<b>9.3 Esperanza de <math>X^k</math>.....</b>	<b>227</b>
9.3.1 Esperanza discreta $X^k$ .....	227
9.3.2 Esperanza continua $X^k$ .....	227

9.4 Función generatriz de momentos (fgm) .....	228
9.5 Teorema de unicidad .....	230
<b>Capítulo 10: Distribuciones de probabilidad.....</b>	<b>233</b>
10.1 Distribuciones discretas .....	233
10.1.1 Función de probabilidad.....	233
10.1.2 Función de distribución acumulada .....	233
10.1.3 Propiedades .....	234
10.1.4 Principales distribuciones discretas .....	234
10.2 Distribuciones continuas .....	245
10.2.1 Principales distribuciones continuas .....	246
10.3 Teorema central del límite .....	253
10.3.1 Teorema 1 .....	253
10.3.2 Teorema 2 .....	254
10.4 Distribución de la prueba t de Student .....	259
<b>Capítulo 11: Inferencia estadística .....</b>	<b>267</b>
11.1 Estimación puntual.....	267
11.1.1 Métodos de estimación puntual.....	268
11.2 Sesgo .....	274
11.3 Eficiencia.....	276
11.4 Intervalos de confianza .....	277
11.4.1 Intervalos de confianza para los parámetros de una distribución normal .....	278
11.4.2 Test de hipótesis (prueba de hipótesis) .....	282
11.4.3 Prueba de hipótesis de nivel $\alpha$ para los parámetros de la distribución normal ..	284
<b>Referencias bibliográficas.....</b>	<b>293</b>



## Capítulo 1

# Estadística

Es la ciencia que se usa para tomar decisiones en circunstancias de inseguridad (duda). Se encarga de diseñar (planear y desarrollar la investigación), recoger los datos, describir los datos (resumir y explorar), analizar la información, inferir la información (predecir y tomar decisiones sobre las características de la población respecto de la información de la muestra).

Todo lo mencionado hace que esta ciencia sea interesante; ya que, en cualquier sociedad, existe una inmensa variedad de problemas cuya solución solo es posible mediante técnicas estadísticas.

### 1.1 Etapas de una investigación

---

Los métodos estadísticos abarcan todas las etapas de la investigación, desde el diseño de la investigación hasta el análisis final de los datos. Podemos distinguir tres grandes etapas de una investigación, los cuales se presentan a continuación:

#### 1.1.1 *Diseño (planeamiento y desarrollo de la investigación)*

En esta etapa se realiza el planeamiento y desarrollo de la investigación, con el propósito de manifestar los objetivos e hipótesis planteadas que dieron origen a la investigación. Un buen diseño (planeamiento y desarrollo) ahorra tiempo y esfuerzo en las posteriores etapas de dicha investigación, además permite realizar un análisis más sencillo y acertado de la información en la indagación. Es por ello que esta etapa es decisiva, un estudio insuficientemente diseñado o con datos mal recogidos o erróneamente registrados será incapaz de responder a las hipótesis planteadas que ocasionaron la investigación.



Aparte del problema, los objetivos y la hipótesis, se define el marco muestral, la población, el tamaño de la muestra (si es necesario), la unidad de estudio (individuo, caso, objeto), la forma de selección de la unidad de estudio, las variables de medición, etc., si son necesarios.

### 1.1.2 Descriptiva (resumen y exploración de los datos)

En esta etapa, mediante el apoyo de los métodos estadísticos descriptivos, se trata de comprender el comportamiento y distribución de los datos, de forma que se detecta un modelo de conducta de los datos. Una manera sencilla pero consistente es mediante la construcción de gráficos de fácil interpretación. También se pueden describir los datos resumiendo o agrupando los datos en uno, dos o más datos de modo que caractericen al conjunto de datos con veracidad. Además, realizar un análisis exploratorio de los datos permite encontrar datos inesperados o atípicos, de tal forma que nos apoyan a decidir que métodos estadísticos se deberá emplear en el análisis de la investigación a fin de obtener conclusiones válidas del estudio que se está realizando.

### 1.1.3 Inferencia (predicciones y toma de decisiones sobre las características de una población respecto a la información recogida en una muestra)

Esta etapa permite inferir los resultados y conclusiones obtenidos con los datos de la muestra para la probación definida en la investigación, también aquí podemos hacer predicciones. Así como calcular las estimaciones requeridas en el estudio, la eficacia de la estimación es muy variada que depende de la afectación del error cometido en la investigación. La ventaja del método estadístico es que se aplica sobre datos de muestras conseguidas al azar, lo que permite calcular el error cometido en la estimación o cuantificar la probabilidad de cometer un error al tomar una decisión respecto de la prueba de hipótesis. Además, en esta etapa se realiza la prueba de las hipótesis planteadas en el estudio referentes a la población del cual provienen la información.

## 1.2 Definiciones básicas

Es importante tener presente algunas definiciones básicas que serán de mucha utilidad en los temas tratados en el presente capítulo.

### 1.2.1 Población ( $N$ )

Es el conjunto de todos los individuos (elementos, sujetos, personas, objetos, animales, casos, etc.) que porten información sobre el fenómeno a estudiar o investigar. Que constituye una serie completa de individuos que tienen ciertas características comunes. Es, decir, es el conjunto de individuos más grande del cual se pueden tomar subconjuntos llamadas muestras, que serán muy representativa para realizar el estudio o experimento científico.