



Matemática financiera

Teoría, problemas y casos

Autores: Carlos Aliaga Valdez y Carlos Aliaga Calderón

© Derechos de autor registrados:

Empresa Editora Macro EIRL

© Derechos de edición, arte gráfico y diagramación reservados:

Empresa Editora Macro EIRL

Coordinación de edición:

Magaly Ramon Quiroz

Diseño de portada:

Fernando Cavassa Repetto

Diseño y diagramación:

Fernando Cavassa Repetto

Edición a cargo de:

© Empresa Editora Macro EIRL

Av. Paseo de la República N.° 5613, Miraflores, Lima, Perú

☎ Teléfono: (511) 748 0560

✉ E-mail: proyectoeditorial@editorialmacro.com

🌐 Página web: www.editorialmacro.com

Primera edición: Julio 2019

Tiraje: 1200 ejemplares

Impresión

Talleres gráficos de la Empresa Editora Macro EIRL

Jr. San Agustín N.° 612-624, Surquillo, Lima, Perú

Julio 2019

ISBN N.° 978-612-304-560-9

Hecho el depósito legal en la Biblioteca Nacional del Perú N.° 2019-01160

Prohibida la reproducción parcial o total, por cualquier medio o método, de este libro sin previa autorización de la Empresa Editora Macro EIRL.

► Tabla de contenidos

PREFACIO	19
SÍMBOLOS COMUNES Y NOTACIONES	21
CAPÍTULO 1. INTERÉS Y MONTO	25
1.1 Interés	26
1.2 Monto	29
1.3 Capitalización de interés	31
1.4 Período comprendido entre dos fechas	32
1.5 Bases para contar días del mes y del año	34
1.6 Horizonte y subhorizonte temporal	36
1.7 Métodos de afectación al interés acumulado y al principal, cuando se reduce el monto.	37
1.8 Diagrama de flujo de caja o de tiempo-valor	39
Preguntas de autoevaluación	42
Problemas propuestos	43
Resumen del capítulo	45
CAPÍTULO 2. MONTO E INTERÉS SIMPLE	47
2.1 Interés con P constante y j constante	49
2.2 Interés con P constante y j variable.	54
2.3 Interés con P variable y j constante.	56
2.4 Interés con P variable y j variable.	59
2.5 Monto con P constante y j constante.	62
2.6 Monto con P constante y j variable.	65
2.7 Monto con P variable y j constante.	66
2.8 Monto con P variable y j variable	68

2.9 Ecuaciones de equivalencia financiera con tasa j	69
2.10 Problemas resueltos de interés simple	73
Preguntas de autoevaluación	82
Problemas propuestos	83
Resumen del capítulo	89

CAPÍTULO 3. MONTO E INTERÉS COMPUESTO **91**

3.1 Monto con P constante e i constante	93
3.2 Monto con P constante e i variable	98
3.3 Monto con P variable e i constante	101
3.4 Monto con P variable e i variable	104
3.5 Monto compuesto con tasa nominal capitalizable	105
3.6 Interés con P constante e i constante	109
3.7 Interés devengado en el periodo k	112
3.8 Interés con P constante e i variable	115
3.9 Interés con P variable e i constante	115
3.10 Interés con P variable e i variable	117
3.11 Ecuaciones de equivalencia financiera con tasa i	119
3.12 Comparación del interés simple y compuesto cuando n varía	124
3.13 Problemas resueltos de interés compuesto	126
Preguntas de autoevaluación	130
Problemas propuestos	131
Resumen del capítulo	140

CAPÍTULO 4. DESCUENTO RACIONAL **143**

4.1 Descuento	144
4.2 Descuento racional simple con j constante	147
4.3 Descuento racional simple con j variable	150
4.4 Descuento racional compuesto con i constante	153
4.5 Descuento racional compuesto con i variable	156
4.6 Descuento racional compuesto generado en cualquier período de descuento	158
4.7 Descuento racional compuesto con tasa j	159
4.8 Comparación de los descuentos racional simple y compuesto cuando n varía	160
4.9 Problemas resueltos de descuento racional	162
Preguntas de autoevaluación	164
Problemas propuestos	164
Resumen del capítulo	168

CAPÍTULO 5. DESCUENTO BANCARIO **169**

5.1 Descuento bancario	170
5.2 Descuento bancario simple con d_n constante	171
5.3 Descuento bancario simple con d_n variable	174



5.4	Descuento bancario compuesto con d_e constante	178
5.5	Descuento bancario compuesto con d_e variable	182
5.6	Descuento bancario compuesto generado en cualquier periodo de descuento	185
5.7	Descuento bancario compuesto con d_n	187
5.8	Comparación de los descuentos bancario simple y compuesto cuando n varía	188
5.9	Equivalencia de tasa anticipada y tasa vencida	189
5.10	Problemas resueltos de descuento bancario	195
	Preguntas de autoevaluación	198
	Problemas propuestos	199
	Resumen del capítulo	203
CAPÍTULO 6. DESCUENTO COMERCIAL		205
6.1	Descuento comercial unitario	206
6.2	Descuento comercial sucesivo	206
6.3	Último precio rebajado con descuentos sucesivos	207
6.4	Costo del crédito comercial	209
	Preguntas de autoevaluación	211
	Problemas propuestos	211
	Resumen del capítulo	212
CAPÍTULO 7. TASAS DE INTERÉS		213
7.1	Tasa de interés	214
7.2	Número de períodos de tasa de interés	216
7.3	Tasa de interés vencida	218
7.4	Tasa de interés anticipada	219
7.5	Tasa nominal y tasa proporcional	221
7.6	Tasa efectiva y tasa equivalente	225
7.7	Tasa nominal con capitalización discreta y continua	228
7.8	Tasa activa y tasa pasiva	228
7.9	Tasas compensatoria, moratoria y legal	229
7.10	Tasas de interés en moneda nacional y en moneda extranjera	233
7.11	Tasa explícita y tasa implícita o <i>TIR</i>	235
7.12	Tasa de interés real	237
7.13	Tasa de interés al rebatir	240
7.14	Tasa de interés fija y flotante	241
7.15	Tasa de interés combinada	245
7.16	Tasa de interés <i>flat</i>	246
7.17	<i>TCEA</i> y <i>TREA</i>	249
7.18	Problemas resueltos de tasas de interés	254
	Preguntas de autoevaluación	256
	Problemas propuestos	256
	Resumen del capítulo	262

CAPÍTULO 8. CONVERSIONES DE TASAS DE INTERÉS	263
8.1 Conversión de una tasa nominal en tasa efectiva	264
8.2 Conversión de una tasa j con capitalización continua, en una tasa i	268
8.3 Conversión de una tasa efectiva i de un período en otra tasa efectiva i' equivalente de diferente período.	272
8.4 Conversión de una tasa efectiva i en una tasa nominal j	276
8.5 Conversión de una tasa de interés simple en una tasa de interés compuesto.	278
8.6 Conversión de las tasas vencidas en las tasas anticipadas y viceversa	279
8.7 Problemas resueltos de conversiones de tasas	284
Preguntas de autoevaluación	289
Problemas propuestos	290
Resumen del capítulo.	295
CAPÍTULO 9. TASA DE INFLACIÓN	297
9.1 Inflación	298
9.2 Tasa de inflación	300
9.3 Tasa de interés real	303
9.4 Tasa de interés efectiva corriente o inflada.	306
9.5 Inflación y cambio de precios	308
9.6 Problemas resueltos de tasa de inflación.	316
Preguntas de autoevaluación	322
Problemas propuestos	322
Resumen del capítulo.	328
CAPÍTULO 10. ANUALIDADES	329
10.1 Flujos financieros y flujos de caja	330
10.2 Periodicidades de flujos y anualidades	331
10.3 Clasificación de las anualidades	333
Preguntas de autoevaluación	338
Problemas propuestos	338
Resumen del capítulo.	339
CAPÍTULO 11. ANUALIDADES VENCIDAS	341
11.1 Monto de una anualidad simple vencida.	342
11.2 Valor presente de una anualidad simple vencida	346
11.3 Rentas uniformes vencidas	352
11.4 Renta uniforme vencida a partir de S	352
11.5 Renta uniforme vencida a partir de P	356
11.6 n en una anualidad simple vencida	359
11.7 Factores financieros.	366
11.8 Problemas resueltos de anualidades vencidas	368
Preguntas de autoevaluación	376
Problemas propuestos	377
Resumen del capítulo.	383



CAPÍTULO 12. ANUALIDADES ANTICIPADAS	385
12.1 Anualidad anticipada	386
12.2 Monto de una anualidad simple anticipada	387
12.3 Valor presente de una anualidad simple anticipada	390
12.4 Rentas uniformes anticipadas	392
12.5 Renta uniforme anticipada a partir de S	393
12.6 Renta uniforme anticipada a partir de P	395
12.7 n en una anualidad anticipada	397
12.8 Problemas resueltos de anualidades anticipadas	403
Preguntas de autoevaluación	408
Problemas propuestos	409
Resumen del capítulo	412
CAPÍTULO 13. ANUALIDADES DIFERIDAS	413
13.1 Anualidad simple diferida	414
13.2 Monto de una anualidad simple diferida	415
13.3 Valor presente de una anualidad simple diferida vencida	416
13.4 Valor presente de una anualidad simple diferida anticipada	418
13.5 Renta uniforme diferida a partir de S	419
13.6 Renta uniforme diferida a partir de P	420
13.7 k y n en una anualidad simple diferida	424
13.8 Problemas resueltos de anualidades diferidas	426
Preguntas de autoevaluación	434
Problemas propuestos	435
Resumen del capítulo	439
CAPÍTULO 14. ANUALIDADES GENERALES	441
14.1 Anualidad general	442
14.2 Monto de una anualidad general	444
14.3 Valor presente de una anualidad general	447
14.4 Rentas de una anualidad general	450
14.5 Factores de distribución y agrupamiento	453
14.6 i o TIR en anualidades simples y generales	457
14.7 Problemas resueltos de anualidades generales	463
Preguntas de autoevaluación	474
Problemas propuestos	475
Resumen del capítulo	484

CAPÍTULO 15. GRADIENTES 485

15.1	Gradientes	487
15.2	Valor presente de una anualidad de gradientes uniformes convencionales	491
15.3	Valor presente de anualidad de gradientes uniformes desfasados.	494
15.4	Renta uniforme equivalente de anualidad de gradientes uniformes	495
15.5	Valor futuro de anualidad de gradientes uniformes convencionales y desfasados.	497
15.6	Valor presente de anualidad con rentas que varían en progresión geométrica	500
15.7	Valor futuro de una anualidad con rentas que varían en progresión geométrica	505
15.8	Gradientes uniformes variables aritméticamente cada m número de rentas.	507
15.9	Cuotas variables geoméricamente cada m número de rentas	515
15.10	Problemas resueltos de gradientes	518
	Preguntas de autoevaluación	528
	Problemas propuestos	529
	Resumen del capítulo.	536

CAPÍTULO 16. PERPETUIDADES 537

16.1	Perpetuidad	538
16.2	Monto de una perpetuidad	540
16.3	Valor presente de una perpetuidad simple vencida	540
16.4	Valor presente de una perpetuidad simple anticipada	543
16.5	Valor presente de una perpetuidad cuyas rentas vencidas crecen con una tasa g ($i > g$).	544
16.6	Valor presente de una anualidad cuyas rentas crecen con una tasa g ($i = g$) y es posible determinar el número de rentas.	547
16.7	Valor presente de una perpetuidad simple anticipada cuya renta inicial es distinta de las demás	548
16.8	Valor presente de una perpetuidad simple diferida vencida	549
16.9	Valor presente de una perpetuidad simple diferida anticipada	550
16.10	Valor presente de una perpetuidad cuyas rentas vencidas se realizan cada cierto número de períodos de tasa	551
16.11	Renta perpetua vencida.	552
16.12	Renta perpetua anticipada.	553
16.13	i o TIR en una perpetuidad	554
16.14	Costo capitalizado	555
16.15	Costo capitalizado cuando F es igual que W	556
16.16	Problemas resueltos de perpetuidades	558
	Preguntas de autoevaluación	563
	Problemas propuestos	563
	Resumen del capítulo.	567



CAPÍTULO 17. AMORTIZACIÓN DE PRÉSTAMOS	569
17.1 Amortización de préstamos	570
17.2 Tabla referencial de amortización o de servicio de la deuda	572
17.3 Elementos de la tabla de amortización	573
17.4 Principio de equivalencia financiera.	574
17.5 Interés al rebatir (simple y compuesto) en préstamos amortizables	575
17.6 Interés de mora de cuotas vencidas.	577
17.7 Pagos de cuotas antes de su fecha de vencimiento	580
17.8 Pagos de mayor importe que la cuota vencida	583
17.9 Problemas resueltos de amortización de préstamos.	584
Preguntas de autoevaluación	591
Problemas propuestos	592
Resumen del capítulo.	594
CAPÍTULO 18. CUOTAS UNIFORMES VENCIDAS EN PERÍODOS UNIFORMES	595
18.1 Cuotas uniformes vencidas en períodos uniformes	596
18.2 Cuota principal CP en cuotas uniformes vencidas.	597
18.3 Cuota interés CI en cuotas uniformes vencidas	601
18.4 Saldo insoluto o deuda residual S_{N^o} en cuotas uniformes vencidas	603
18.5 Deuda Extinguida (DE) en cuotas uniformes vencidas	605
18.6 Problemas resueltos de cuotas uniformes vencidas en períodos uniformes	608
Preguntas de autoevaluación	616
Problemas propuestos	617
Resumen del capítulo.	622
CAPÍTULO 19. CUOTAS UNIFORMES VENCIDAS CON DESEMBOLSOS PARCIALES Y VARIACIONES DE TASA	623
19.1 Cuotas uniformes vencidas con desembolsos parciales.	624
19.2 Cuota uniforme con desembolsos parciales antes del vencimiento de la cuota 1	624
19.3 Cuota uniforme con desembolsos parciales después del vencimiento de la cuota 1	626
19.4 Cuotas uniformes vencidas con variaciones de tasas.	629
19.5 Valor presente de cuotas de un préstamo con tasa variable	631
19.6 Problemas resueltos de cuotas uniformes vencidas con desembolsos parciales	631
Preguntas de autoevaluación	635
Problemas propuestos	635
Resumen del capítulo.	636



CAPÍTULO 20. CUOTAS UNIFORMES VENCIDAS CON <i>IGV</i>	637
20.1 Cuotas uniformes con <i>IGV</i> en la cuota interés	638
20.2 Tabla de amortización con <i>IGV</i> en la cuota interés	639
20.3 Tasa de interés verdadera de un préstamo con cuotas uniformes con <i>IGV</i>	639
20.4 Problemas resueltos de cuotas uniformes vencidas con <i>IGV</i>	640
Preguntas de autoevaluación	642
Problemas propuestos	642
Resumen del capítulo	642
CAPÍTULO 21. CUOTAS UNIFORMES VENCIDAS CON CUOTAS DOBLES O CERO, EN CUALQUIER NÚMERO DE CUOTA	643
21.1 Cuotas uniformes vencidas con cuotas dobles o triples en cualquier número de cuota	644
21.2 Cuotas uniformes vencidas con cuotas cero en cualquier número de cuota	646
21.3 Problemas resueltos de cuotas uniformes vencidas con cuotas dobles, triples o cero	647
Preguntas de autoevaluación	649
Problemas propuestos	649
Resumen del capítulo	650
CAPÍTULO 22. CUOTAS UNIFORMES VENCIDAS SIN PAGO DE PRINCIPAL EN LAS PRIMERAS CUOTAS	651
22.1 Cuotas uniformes vencidas sin pago de principal en las primeras cuotas.	652
22.2 Problema resuelto de cuota uniforme vencida sin pago de principal en las primeras cuotas	653
Problemas propuestos	654
CAPÍTULO 23. CUOTAS UNIFORMES VENCIDAS EN PERÍODOS VARIABLES	655
23.1 Períodos variables	656
23.2 <i>FRC'</i> para períodos variables	657
23.3 Tabla de amortización del préstamo en períodos variables	658
23.4 Problemas resueltos de cuotas uniformes vencidas en períodos variables	660
Preguntas de autoevaluación	661
Problemas propuestos	661
Resumen del capítulo	662
CAPÍTULO 24. CUOTAS UNIFORMES ANTICIPADAS EN PERÍODOS UNIFORMES	663
24.1 Cuotas uniformes anticipadas en períodos uniformes.	664
24.2 Tabla de amortización del préstamo con cuotas uniformes anticipadas	664
24.3 Préstamo bruto <i>PB</i> y préstamo neto <i>PN</i> con cuotas uniformes anticipadas	666
24.4 Problemas resueltos de cuotas uniformes anticipadas en períodos uniformes	668
Preguntas de autoevaluación	670
Problemas propuestos	670
Resumen del capítulo	671



CAPÍTULO 25. CUOTAS UNIFORMES CON PERÍODOS DIFERIDOS	673
25.1 Cuotas uniformes diferidas vencidas	674
25.2 Cuotas uniformes diferidas anticipadas	675
25.3 Problemas resueltos de cuotas uniformes con períodos diferidos	677
Preguntas de autoevaluación	679
Problemas propuestos	679
Resumen del capítulo	681
CAPÍTULO 26. CUOTAS DE PRINCIPAL UNIFORME	683
26.1 Cuota principal uniforme en períodos uniformes	684
26.2 Cuota principal uniforme en períodos variables	685
26.3 Problemas resueltos de cuotas de principal uniforme	686
Preguntas de autoevaluación	687
Problemas propuestos	687
Resumen del capítulo	688
CAPÍTULO 27. CUOTAS DE INTERÉS UNIFORME Y NO UNIFORME	689
27.1 Cuota de interés uniforme en períodos uniformes	690
27.2 Cuotas de interés no uniforme	690
27.3 Problemas resueltos de cuotas de interés uniforme y no uniforme	691
Preguntas de autoevaluación	693
Problemas propuestos	693
Resumen del capítulo	694
CAPÍTULO 28. CUOTAS VARIABLES ARITMÉTICAMENTE	695
28.1 Cuotas variables aritméticamente	696
28.2 Cuota base del préstamo con cuotas variables aritméticamente	696
28.3 Gradiente aritmético convencional y no convencional	698
28.4 Otros gradientes aritméticos no convencionales	701
28.5 Cuota base con gradiente uniforme aritmético convencional negativo	702
28.6 Cuota base con gradiente positivo de un préstamo con cuotas variables aritméticamente cada m número de cuotas	703
28.7 Cuota base con gradiente negativo de un préstamo con cuotas variables aritméticamente cada m número de cuotas	705
28.8 P y G en cuotas variables aritméticamente cada m número de cuotas	706
28.9 Problemas resueltos de cuotas variables aritméticamente	708
Preguntas de autoevaluación	716
Problemas propuestos	717
Resumen del capítulo	719



CAPÍTULO 29. CUOTAS VARIABLES GEOMÉTRICAMENTE	721
29.1 Cuota base de un préstamo con cuotas variables crecientes geoméricamente.	722
29.2 Cuota base de un préstamo con cuotas variables decrecientes geoméricamente.	723
29.3 Importe del préstamo en un sistema de cuotas variables geoméricamente	725
29.4 Cuota base creciente geoméricamente cada m número de cuotas	726
29.5 Cuota base decreciente geoméricamente cada m número de cuotas	728
29.6 Problemas resueltos de cuotas variables geoméricamente	729
Preguntas de autoevaluación	736
Problemas propuestos	737
Resumen del capítulo.	738
CAPÍTULO 30. PRÉSTAMOS POR SUMA DE DÍGITOS	739
30.1 Suma de dígitos	740
30.2 Suma de dígitos que generan cuotas crecientes	741
30.3 Suma de dígitos que generan cuotas decrecientes	742
30.4 Problemas resueltos de préstamos por suma de dígitos	742
Preguntas de autoevaluación	744
Problemas propuestos	744
Resumen del capítulo.	744
CAPÍTULO 31. PRÉSTAMOS DE VALOR ADQUISITIVO CONSTANTE (VAC)	745
31.1 Préstamos <i>VAC</i>	746
31.2 Préstamo <i>VAC</i> con cuotas principales uniformes.	750
31.3 Préstamo <i>VAC</i> con cuotas uniformes	751
31.4 Problemas resueltos de préstamos <i>VAC</i>	754
Preguntas de autoevaluación	757
Problemas propuestos	757
Resumen del capítulo.	759



CAPÍTULO 32. FONDOS DE AMORTIZACIÓN	761
32.1 Fondo de amortización	762
32.2 Tabla de acumulación de un fondo de amortización	763
32.3 Fondo acumulado con cuotas uniformes anticipadas	764
32.4 Fondo acumulado con cuotas uniformes vencidas	765
32.5 Fondo acumulado con cuotas uniformes en períodos variables	766
32.6 Problemas resueltos de fondo de amortización	768
Preguntas de autoevaluación	771
Problemas propuestos	771
Resumen del capítulo	774
RESPUESTAS A PROBLEMAS IMPARES	775
RESUMEN DE FÓRMULAS	785
ÍNDICE TEMÁTICO	803
GLOSARIO	809
BIBLIOGRAFÍA	815

► Interés y monto

En el presente capítulo se explican los conceptos básicos para la comprensión de los siguientes capítulos, como *interés* y *monto*, así como el proceso para calcular el plazo comprendido entre dos fechas de un *horizonte temporal*.

Objetivos del capítulo

Al terminar de estudiar este capítulo, el lector estará capacitado para:

- 1.1 Definir el interés a partir del importe inicial de una cuenta que devenga una tasa de interés en un período determinado.
- 1.2 Obtener el monto de una cuenta cuando se conoce el importe inicial y el interés acumulado.
- 1.3 Conocer el significado de *capitalización de interés* que da origen a los regímenes monocapitalizado y multicapitalizado.
- 1.4 Calcular el plazo comprendido entre dos fechas, con base en el método de los días terminales.
- 1.5 Aplicar diversas bases para contar días de meses y de años.
- 1.6 Definir horizonte y subhorizonte temporales.
- 1.7 Aplicar los métodos *PPLI* (primero principal luego interés) y *PILP* (primero interés luego principal).
- 1.8 Dibujar diagramas de flujo de caja o de tiempo valor.



1.1 Interés

Una colocación de capitales financieros, o de captación de ellos, es toda acción en la que se produce un intercambio de capitales de vencimientos no simultáneos; los cuales llevan implícitamente una equivalencia entre el valor financiero de los intercambios con relación a una fecha de referencia. En una operación financiera de este tipo, el prestamista suele otorgar al prestatario un importe denominado *principal* exigible al finalizar determinado horizonte temporal; además de la devolución del principal, se cobra un importe adicional llamado *interés*. El interés entonces corresponde:

- ▶ Al precio del uso del capital ajeno durante un determinado intervalo de tiempo.
- ▶ Al beneficio que se obtiene por la colocación del principal representado por un *stock* de efectivo; o recíprocamente, al costo que asume el prestatario por usar ese principal durante el referido intervalo temporal.

El interés es la ganancia de un capital financiero en un plazo determinado. Es preciso distinguir entre el *interés devengado* en un período y el *interés acumulado* hasta un momento determinado. El primero es un flujo producido en el referido período. El segundo es la acumulación de intereses devengados que aún se mantienen impagos. En adelante, salvo indicación contraria, el término interés hará referencia a interés acumulado.

El *interés devengado* en un período es una variable de flujo. El *interés acumulado* hasta un momento determinado es una variable de *stock*.

El principal y el interés acumulado se registran en una cuenta. El saldo de la cuenta, que viene a ser la suma del principal y del interés acumulado, se denomina *monto*. De lo anterior se deduce que el interés acumulado es la diferencia entre el monto y el principal. El monto de la cuenta puede variar por cambios en el principal o por cambios en el interés acumulado. En este capítulo, excepto en el estudio de los métodos de afectación a principal e interés acumulado, cuando se reduce el monto, se supone la invariabilidad del principal durante la vigencia de la cuenta.

La FIGURA 1.1 ilustra que, al momento de apertura de la cuenta, el monto y el principal coinciden puesto que no se ha generado interés. Al momento de cierre, el monto supera al principal como resultado de la adición del interés. El intervalo de tiempo entre el momento de apertura y el momento de cierre se denomina *horizonte temporal*.

Para que se genere interés, la condición *sine qua non* es el tiempo; por este motivo, el interés anticipado es una ficción matemática producida por una “tasa anticipada” o “adelantada” a ser tratada en detalle en el capítulo correspondiente al descuento bancario.