



## **Investigación operativa**

Autor: E. Raffo Lecca

© Derechos de autor registrados:

Empresa Editora Macro EIRL

© Derechos de edición, arte gráfico y diagramación reservados:

Empresa Editora Macro EIRL

Coordinación de edición:

Magaly Ramon Quiroz

Diseño de portada:

Alessandra Bonilla Zapata

Corrección de estilo:

Yossy Quintanilla Pinillos

Diagramación:

Julissa Ventocilla Fernández

Edición a cargo de:

© Empresa Editora Macro EIRL

Av. Paseo de la República N.° 5613, Miraflores, Lima, Perú

☎ Teléfono: (511) 748 0560

✉ E-mail: [proyectoeditorial@editorialmacro.com](mailto:proyectoeditorial@editorialmacro.com)

🌐 Página web: [www.editorialmacro.com](http://www.editorialmacro.com)

Primera edición: Setiembre 2016

Tiraje: 1000 ejemplares

Impresión

Talleres gráficos de la Empresa Editora Macro EIRL

Jr. San Agustín N.° 612-624, Surquillo, Lima, Perú

Setiembre 2016

ISBN N.° 978-612-304-505-0

Hecho el depósito legal en la Biblioteca Nacional del Perú N.° 2016-11614

Prohibida la reproducción parcial o total, por cualquier medio o método, de este libro sin previa autorización de la Empresa Editora Macro EIRL.



# Índice

Introducción .....	11
<b>CAPÍTULO 1: Naturaleza de la investigación de operaciones .....</b>	<b>13</b>
1.1 Origen .....	13
1.2 Características .....	14
1.3 Modelos .....	15
1.4 Fases de un estudio .....	16
1.5 El impacto de la investigación de operaciones.....	18
1.6 Tipos de problemas.....	19
1.7 El arte de resolver problemas.....	20
Problemas propuestos.....	22
<b>CAPÍTULO 2: Programación lineal .....</b>	<b>23</b>
2.1 El problema .....	23
2.2 Hipótesis .....	24
2.3 Formulación .....	26
2.3.1 Mezcla óptima de productos .....	26
2.3.2 El problema de la dieta .....	28
2.3.3 Planeación de cartera de inversiones.....	30
2.3.4 Un problema de comunicación .....	32
2.3.5 El problema de mezcla de crudos .....	33
2.3.6 El problema de la composición de productos.....	35
2.3.7 El problema del inversionista .....	38
2.4 Análisis gráfico .....	40
2.4.1 Uso del plano cartesiano.....	40
2.4.2 Casos en PL.....	43
2.5 Álgebra lineal .....	44
2.5.1 Combinación lineal.....	45
2.5.2 Bases e independencia lineal .....	46
2.6 Análisis de sensibilidad en modo gráfico .....	49
2.6.1 Cambios en los coeficientes de costos.....	49
2.6.2 Cambios en la disponibilidad de recursos.....	50
Problemas propuestos.....	52
Solución de problemas propuestos.....	54

**CAPÍTULO 3: Algoritmo simplex..... 57**

3.1 Simplex.....	57
3.2 Formas de presentación de una PL.....	58
3.3 Algoritmo simplex.....	58
3.4 Formulación de PL dinámicos .....	62
3.4.1 Problema de producción-inventario .....	62
3.4.2 Problema de planeamiento de personal.....	68
3.4.3 Problema de flujo de efectivo .....	70
3.5 Variantes del método simplex .....	72
Problemas propuestos.....	78
Solución de problemas propuestos.....	81

**CAPÍTULO 4: Teoría de la dualidad..... 93**

4.1 Introducción.....	94
4.2 Formulación del problema dual.....	94
4.3 Relaciones entre la PL primal y dual .....	101
4.4 El teorema fundamental de la dualidad .....	102
4.5 Interpretación económica .....	102
4.6 Teorema de la holgura complementaria .....	105
4.7 Teorema de la existencia .....	109
4.8 El método simplex dual.....	109
Problemas propuestos.....	113

**CAPÍTULO 5: Análisis posóptimo.....115**

5.1 Problemas que envuelven cambios discretos.....	115
5.1.1 Cambios en el vector costos.....	118
5.1.2 Cambios en el vector RHS .....	121
5.1.3 Cambios en la matriz tecnológica .....	123
5.1.4 La regla del 100 % .....	124
5.2 Problemas que envuelven cambios estructurales.....	125
5.2.1 Adición de una nueva variable .....	125
5.2.2 Adición de una nueva restricción.....	126
Problemas resueltos .....	128

**CAPÍTULO 6: Problema del transporte ..... 133**

6.1 Introducción al problema del transporte .....	133
6.1.1 Estructura del problema de transporte .....	133
6.1.2 Propiedades de la matriz A .....	139
6.2 Técnicas de solución .....	140
6.2.1 Algoritmos de solución inicial .....	140

6.2.2 Bucles e independencia lineal.....	148
6.2.3 Métodos de solución óptima .....	149
6.3 Métodos de los multiplicadores .....	152
6.4 Aplicaciones en transporte .....	155
6.4.1 Transporte al tiempo.....	155
6.4.2 El problema del proveedor .....	159
Problemas propuestos.....	162
<b>CAPÍTULO 7: Extensiones del transporte .....</b>	<b>163</b>
7.1 El problema del transbordo .....	163
7.2 El problema de asignación .....	170
7.2.1 Algoritmo húngaro .....	170
7.2.2 Aplicaciones.....	176
7.3 Uso de LINGO .....	176
Problemas propuestos.....	177
<b>CAPÍTULO 8: Programación entera .....</b>	<b>179</b>
8.1 Optimización entera y sus aplicaciones .....	179
8.2 Modelación con variables binarias .....	181
8.2.1 Condiciones lógicas.....	182
8.2.2 Productos de variables binarias .....	185
8.2.3 Dicotomías .....	186
8.3 Clasificación de las aplicaciones en IP .....	189
8.3.1 Representación de funciones no lineales .....	190
Problemas propuestos.....	197
<b>CAPÍTULO 9: Aplicaciones en IP.....</b>	<b>201</b>
9.1 Presupuesto de capital.....	201
9.2 El problema del agente viajero .....	203
9.3 El problema de localización de plantas.....	206
9.4 Planificación de máquinas .....	207
9.5 El problema de la mochila.....	210
9.6 Confiabilidad de un sistema.....	211
9.7 Cubrimiento de un conjunto .....	214
9.8 El problema del <i>Bin-Packing</i> .....	220
9.9 Tamaño de lote no capacitado.....	221
9.10 Generación de electricidad .....	223
9.11 El problema de los cuatro colores.....	226
Problemas propuestos.....	230

<b>CAPÍTULO 10: Algoritmos en programación entera.....</b>	<b>237</b>
10.1 Complejidad computacional .....	237
10.1.1 Análisis de algoritmos .....	237
10.1.2 Clases de complejidad.....	238
10.2 Algoritmos generales .....	241
10.2.1 Planos de corte.....	242
10.2.2 Algoritmos enumerativos.....	247
Problemas propuestos.....	252
CASOS DESARROLLADOS .....	253
BIBLIOGRAFÍA .....	301



# Naturaleza de la investigación de operaciones

El campo de estudio de la investigación de operaciones (*operations research*), también llamada ciencia de la administración (*management science*), data apenas de la Segunda Guerra Mundial, pero, por sus aplicaciones, se dice que su impacto social es inmenso.

Esta obra trata del uso de modelos cuantitativos en la resolución de problemas de la ciencia de la administración.

La ciencia de la administración está caracterizada por la aplicación de la ciencia a la toma de decisiones, aplicando métodos matemáticos y las capacidades de la computadora para resolver problemas difíciles o no estructurados.

Las aplicaciones de la investigación de operaciones (IO) van desde el aspecto laboral hasta el plano criminal, pasando por temas como la polución y la segregación racial.

Este capítulo está dedicado a responder preguntas como ¿qué es la investigación de operaciones? (La respuesta se ofrece a través de la naturaleza de la investigación de operaciones, véase a Russell, A. 1970).

## 1.1 Origen

En el pasado, las organizaciones industriales de Estados Unidos y el Reino Unido estaban constituidas por un número reducido de empleados, los que eran dirigidos por una sola persona. Con la primera Revolución Industrial se trajo el desarrollo de la energía, las maquinarias y los equipos. Ocurrió la segmentación funcional y geográfica de la administración; consecuentemente llegó la división del trabajo y aparecieron las responsabilidades de producción, finanzas, mercado, personal, ingeniería e investigación y desarrollo.

Producto de estas nuevas labores, muchos estudiosos de la ciencia comenzaron a mirar el campo industrial; de ahí aparecieron los ingenieros mecánicos al igual que los químicos que dieron origen a la ingeniería química. Otro grupo se preocupó por la productividad y se dedicó a estudiar al hombre y a la máquina en su interacción dando origen a lo que hoy en día se le llama ingeniería industrial. De igual manera ocurrió con las otras funciones, mas no fue así con la función ejecutiva cuya labor consiste en integrar las políticas y operaciones, con la finalidad de llegar a los objetivos de la organización.

Durante la Segunda Guerra Mundial existían grupos especialistas (matemáticos, físicos, psicólogos, ingenieros, etc.), cuya labor era asesorar a la organización militar en el plano ejecutivo, con relación a las operaciones bélicas de análisis de estrategias de bombardeo, defensa aérea y programación de operaciones logísticas. Por el año de 1941 se establece una sección de *operations research* en la RAF (en español significa investigación de operaciones o IO); de igual modo en la Armada y Marina británica. Estos tipos de científicos fueron conocidos en Gran Bretaña como OR (en español IO), por ser los primeros investigadores operacionales.

Este tipo de problemas y la necesidad de encontrar la mejor forma de resolverlos crearon el ambiente propicio para el surgimiento de la investigación de operaciones a mitad del siglo XX.

Al finalizar la Gran Guerra, un grupo de ellos se dedicó a la industria y al gobierno, empezando a aparecer el término IO para designar a aquellos científicos que se preocupaban por dar solución a los problemas que aparecían en la administración.

## 1.2 Características

Se pueden citar tres características esenciales de la investigación de operaciones:

1. Enfoque de sistema.
2. El uso del equipo interdisciplinario.
3. La adopción del método científico.

Adicionalmente, existen dos características secundarias.

El enfoque de sistema es fundamental para quienes tienen que afrontar los sistemas. Se ha dicho que la actividad de una parte de la organización tiene el mismo efecto en la actividad de cada otra parte.

El enfoque de sistemas considera a los sistemas tomados en conjuntos y no a sus partes individuales. Dicho de otro modo, al evaluar una decisión o acción dentro de una organización, es necesario que se identifiquen todas las interacciones significativas y evaluar su impacto combinado dentro de la organización; así un problema de inventarios es necesario mirarlo como uno que forma parte de la cadena de abastecimiento y no como uno de producción logística.

El equipo interdisciplinario es indispensable cuando se encuentra ante una situación compleja, como lo es el sistema de la organización hombre-máquina, y es necesario observar el problema por muchos caminos para determinar una disciplina o la mejor combinación de varias.

La división didáctica del conocimiento científico ha traído como consecuencia que se hablen de problemas, como si existieran problemas físicos, químicos, psicológicos. Lo que ocurre es que un problema se observa desde la óptica de una cierta disciplina.