Ecuaciones diferenciales
Teoría, aplicaciones y problemas resueltos para ciencias e ingeniería
Autor: Hugo E. Lázaro Manrique

Jefe de edición:
Cynthia Arestegui Baca

Coordinación de edición:
Magaly Ramon Quiroz

Diseño de portada:
Alessandra Bonilla Zapata

Corrección ortográfica:
Yadira Cabello Villanueva

Diagramación:
Eduardo Siesquén Aquije

Edición a cargo de:
© Empresa Editora Macro EIRL
Av. Paseo de la República N.° 5613, Miraflores, Lima, Perú

Teléfono: (511) 748 0560
E-mail: proyectoeditorial@editorialmacro.com
Página web: www.editorialmacro.com

Primera edición: octubre de 2015
Tiraje: 1000 ejemplares

Impresión
Talleres gráficos de la Empresa Editora Macro EIRL
Jr. San Agustín N.° 612-624, Surquillo, Lima, Perú

ISBN N.° 978-612-304-309-4
Hecho el depósito legal en la Biblioteca Nacional del Perú N.° 2015-13750

ÍNDICE

1.1 DEFINICIONES BÁSICAS

Llamaremos ecuación diferencial a toda ecuación que contiene derivadas y/o diferenciales.

- Una ecuación diferencial es **ordinaria** si contiene derivadas respecto a una sola variable independiente.
- Una ecuación diferencial es **parcial** si contiene derivadas respecto a dos o más variables independientes.

Ejemplos

1. $\frac{dy}{dx} = x^2 - 5x + 8$
2. $\left(\frac{d^3y}{dx^3}\right)^2 + 6xy\frac{d^2y}{dx^2} - abc\,x\left(\frac{dy}{dx}\right)^3 = 0$
3. $(x^2 - y^2)dy - 5y\,dx = 0$
4. $\frac{\partial y}{\partial x} = -10xy$
5. $\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} = -ku$

1.2 NOTACIÓN DE UNA ECUACIÓN DIFERENCIAL

$$f(x, y, y', y'', \ldots, y^{(n)}) = 0$$

Orden

Llamaremos **orden** de una ecuación diferencial ordinaria al mismo que al de la derivada de más alto orden que aparece en la ecuación diferencial.

En los ejemplos anteriores:

(1) y (3) son de primer orden

(2) es de tercer orden

Grado

Llamaremos **grado** de una ecuación diferencial ordinaria al grado algebraico de la derivada de más alto orden que aparece en la ecuación diferencial.

En los ejemplos anteriores:
(1) y (3) son de primer grado.
(2) es de segundo grado.

Luego:
Las ecuaciones 1 y 3 son de primer orden y primer grado.
La ecuación 2 es de tercer orden y segundo grado.

Observaciones:

a. No todas las ecuaciones diferenciales poseen grado.
b. Para determinar el grado de una ecuación diferencial, primero debe racionalizarse la ecuación diferencial de cualquier potencia fraccionaria.

Ejemplos

1. $(y'')^{2/3} = (8 + y')^3$

Elevando al cubo ambos miembros:

$[(y'')^{\frac{2}{\cancel{3}}}]^{\cancel{3}} = [(8 + y')^3]^3$

$y''^2 = (8 + y')^9$

Segundo grado$_{\#}$

2. $y''' = \sqrt{x - y}$

Primer grado$_{\#}$

3. $e^{y'''} - xy'' + y = 0$

Tercer orden y no tiene grado$_{\#}$

Solución

Llamaremos **solución** de una ecuación diferencial ordinaria en dos variables a una relación funcional entre las dos variables que satisfagan la ecuación diferencial.